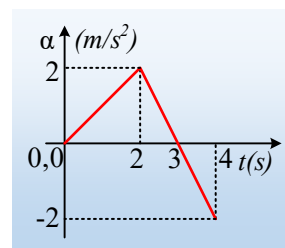
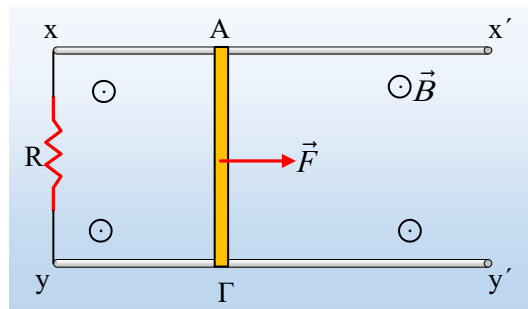


Από την επιτάχυνση στην επαγωγή.

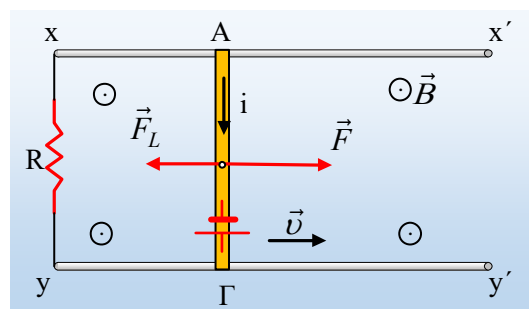
Η ακίνητη μεταλλική ράβδος ΑΓ, μήκους $\ell=1\text{m}$, μάζας $0,5\text{kg}$ και αμελητέας αντίστασης, μπορεί να κινείται οριζόντια όπως στο σχήμα, μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , σε επαφή με δύο οριζόντιους ευθύγραμμους αγωγούς xx' και yy' , οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, χωρίς τριβές. Ένας αντιστάτης με αντίσταση R , συνδέεται στα άκρα x και y των δύο αγωγών. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στην ράβδο ΑΓ μια οριζόντια δύναμη F , μεταβλητού μέτρου, παράλληλη προς τους αγωγούς xx' και yy' , με αποτέλεσμα η ράβδος να κινηθεί με μεταβλητή επιτάχυνση όπως στο διάγραμμα.



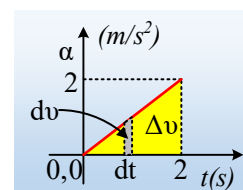
- i) Να αποδείξετε ότι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ η ράβδος έχει ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$.
- ii) Αν την στιγμή t_1 η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο $F_1=2\text{N}$, να υπολογιστούν ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΑΓ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στην αντίσταση R .
- Δίνεται για την αντίσταση $R=2\Omega$.
- iii) Να υπολογιστεί η ένταση B του μαγνητικού πεδίου.
- iv) Να βρεθεί η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα τη στιγμή $t_2=3\text{s}$, καθώς και το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F .
- v) Υποστηρίζεται ότι τη στιγμή $t_3=4\text{s}$, το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει στο κύκλωμα έχει αντίθετη φορά, από την φορά του τη στιγμή t_1 . Συμφωνείτε ή όχι και γιατί;

Απάντηση:

Μόλις ασκηθεί η δύναμη F στην ράβδο ΑΓ, αυτή θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά, οπότε πάνω της θα εμφανιστεί μια ΗΕΔ από επαγωγή, λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το σχηματιζόμενο πλαίσιο $xAGy$. Η ΗΕΔ θα έχει την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, αφού τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο, θα έχει φορά από το Α στο Γ και έτσι η δύναμη Laplace που ασκείται στη ράβδο, θα έχει φορά προς τα αριστερά, τείνοντας να αντισταθεί στην κίνησή της.



- i) Στο διάγραμμα $\alpha-t$, αν πάρουμε ένα στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt , τότε το στοιχειώδες εμβαδόν, με γκρι χρώμα, είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη στοιχειώδη μεταβολή της ταχύτητας, αφού $dv=\alpha \cdot dt$. Αλλά τότε το εμβαδόν του χωρίου, του τριγώνου με κίτρινο χρώμα θα είναι αριθμητικά ίσο με την συνολική μεταβολή



της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 0-2s. Θα έχουμε δηλαδή:

$$\Delta v = v_l - v_0 = \frac{l}{2} \cdot 2 \cdot 2m/s \rightarrow v_l = 2m/s$$

Αφού ο αγωγός ξεκινά από την ηρεμία.

ii) Για τη στιγμή t_1 από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow$$

$$F_{L1} = F - ma = 2N - 0,5 \cdot 2N = 1N$$

Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \cos \alpha}{dt} = \Sigma F \cdot v = ma \cdot v' = 0,5 \cdot 2 \cdot 2J/s = 2J/s$$

Βρίσκουμε την ισχύ της δύναμης Laplace την στιγμή t_1 :

$$P_{F_{L1}} = F_{L1} \cdot v_l \cdot \cos 180^\circ = -F_{L1} \cdot v_l = -1 \cdot 2J/s = -2J/s$$

Η αρνητική τιμή της παραπάνω ισχύος, σημαίνει ότι η δύναμη Laplace αφαιρεί ενέργεια από την ράβδο ΑΓ. Την ενέργεια αυτή την μετατρέπει σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα, η οποία τελικά εμφανίζεται με την μορφή της θερμότητας στην αντίσταση R. Δηλαδή έχουμε:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = 2J/s$$

iii) Η ΗΕΔ που αναπτύσσεται πάνω στην ράβδο τη στιγμή t_1 είναι ίση (κατ' απόλυτο τιμή) με:

$$E = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{Bl dx}{dt} \right| = Bvl$$

οπότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με:

$$i_l = \frac{E}{R} = \frac{Bv_l l}{R}$$

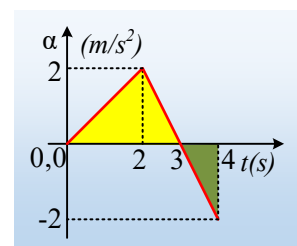
Και με αντικατάσταση στην δύναμη Laplace, που υπολογίσαμε παραπάνω, παίρνουμε:

$$F_{L1} = Bi_l l = B \frac{Bv_l l}{R} l = \frac{B^2 v_l l^2}{R} \rightarrow$$

$$B = \sqrt{\frac{F_{L1} R}{v_l l^2}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot I^2}} T = IT$$

iv) Το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου στο διπλανό σχήμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας της ράβδου από 0- t_2 , συνεπώς και με την ταχύτητα v_2 , αφού $v_0=0$:

$$v_2 = \frac{l}{2} \cdot 3 \cdot 2m/s = 3m/s$$



Αλλά τότε η ΗΕΔ που εμφανίζεται στην ράβδο είναι ίση με:

$$E_2 = Bv_2l = 1 \cdot 3 \cdot 1V = 3V$$

και το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με ένταση:

$$i_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{3V}{2\Omega} = 1,5A$$

Συνεπώς η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P_2 = E_2 \cdot i_2 = 3V \cdot 1,5A = 4,5W \quad \text{ενώ}$$

$$\Sigma F = ma = 0 \rightarrow F = F_{L2} = Bi_2l = 1 \cdot 1,5 \cdot 1N = 1,5N$$

ν) Για να δούμε αν άλλαξε η φορά του ρεύματος, ελέγχουμε αν άλλαξε η φορά της ταχύτητας, αφού αυτή καθορίζει και την πολικότητα της ΗΕΔ (και άρα τη φορά του ρεύματος). Προηγουμένως βρήκαμε ότι την στιγμή $t_2 = 3s$ η ράβδος έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου $v_2 = 3m/s$. Από κει και πέρα η ράβδος επιταχύνεται προς τα αριστερά ($a < 0$) και το εμβαδόν του πράσινου τριγώνου, στο παραπάνω διάγραμμα $i-t$, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 3s-4s. Οπότε:

$$\Delta v_{3,4} = \frac{1}{2} 1 \cdot (-2) m/s = -1m/s$$

Έτσι η ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή $t_3 = 4s$, έχει τιμή:

$$v_3 = v_2 + \Delta v_{3,4} = 3m/s - 1m/s = 2m/s$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η ράβδος συνεχίζει να κινείται προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα να μην έχει αλλάξει η πολικότητα της ΗΕΔ από επαγωγή, ούτε φορά της έντασης του ρεύματος.

dmargaris@gmail.com